Schulinterner Lehrplan
des Joseph-König-Gymnasiums
für das Fach
Mathematik

Sek. II

Joseph-König-Gymnasium
Holtwicker Straße 3-5
45721 Haltern am See
Tel.: 02364/933540

Schuljahr 2021/2022

Inhalt

1 Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit

Stand: November 2020

Das Joseph-König Gymnasium liegt in Haltern am See, einer Kleinstadt mit ca. 38000 Einwohnern am südlichen Rand des Münsterlands. Das Gymnasium ist in einem Stadtgebiet, das durch das angrenzende Naherholungsgebiet mit seinen Seen geprägt ist. Es ist fünf- bis sechszügig. Im Schuljahr 2019/2020 besuchen ca. 1060 Schülerinnen und Schüler unser Gymnasium. Unterrichtet werden diese derzeit von ca. 80 Kolleginnen und Kollegen.

Die Schule ist bei Maßnahmen zur Standardsicherung (Lernstandserhebung) dem Standorttyp I zugeordnet. Von großer Bedeutung ist die enge Zusammenarbeit mit den Eltern der Schülerinnen und Schüler. Diese sind sehr am schulischen Wohlergehen ihrer Kinder interessiert und engagieren sich aktiv in zahlreichen Gremien der Schule.

Das Joseph-König-Gymnasium ist seit 2010 Europaschule, im Jahr 2016 erfolgte eine Rezertifizierung. Dies spiegelt wider, dass sich die Schule dem europäischen Gedanken und besonders der Vermittlung interkultureller Handlungsfähigkeit verpflichtet fühlt. Zahlreiche Unterrichtsprojekte in der Sekundarstufe I und II tragen diesem Anspruch Rechnung. Durch die Auseinandersetzung mit fremdkulturellen Werten und Normen und der damit verbundenen Notwendigkeit zum Perspektivwechsel leistet der Unterricht der einzelnen Fächer einen Beitrag zur Erziehung zur Toleranz und fördert Offenheit und Kritikfähigkeit. Auch das Engagement für Partnerschaftsprojekte (beispielsweise die Unterstützung des Straßenkinderprojekts „Arco Iris“ in La Paz in Bolivien) soll hierzu einen Beitrag leisten.

Die individuelle Förderung jeder einzelnen Schülerin und jedes einzelnen Schülers ist allen Fachgruppen nicht zuletzt vor dem Hintergrund der gesellschaftlichen Anforderungen an Studierfähigkeit und Berufsorientierung ein besonderes Anliegen. Der Unterricht aller Fächer zielt darauf ab, vielfältige Lerngelegenheiten zum aktiv kooperativen und selbstständigen Lernen zu eröffnen. Die Ausstattung der Schule mit einem Lernzentrum sowie mit mehreren Informatikräumen sowie eine digitale Grundausstattung in allen Klassen-, Kurs- und Fachräumen erleichtern den Weg zu einer informatischen Grundbildung für alle Schülerinnen und Schüler.

Weil die Schule bahnhofsnah gelegen und an ein gut ausgebautes Nahverkehrsnetz angebunden ist, lassen sich benachbarte Städte im Münsterland und im Ruhrgebiet für Unterrichtsexkursionen aller Fächer leicht besuchen. Die Durchführung von Exkursionen, der Besuch von Ausstellungen und Theateraufführungen etc. wird als Bereicherung des Schullebens und als wertvolle Ergänzung des schulischen Unterrichts angesehen.

Da das Joseph-König-Gymnasium das einzige Gymnasium der Stadt Haltern am See ist, fühlt es sich der Gesamtheit aller Schülerinnen und Schüler verpflichtet. Deshalb bietet unsere Schule ein breites Angebot an Fächern an. Auch können dank der Größe der Jahrgangsstufen in fast allen Fächern in der Oberstufe Leistungskurse angewählt werden. Eine Besonderheit ist der bilinguale Zweig: Das Joseph-König-Gymnasium bietet seit 1988 allen Schülerinnen und Schülern zusätzlich zum normalen Fächerangebot die Möglichkeit, einen bilingualen Zweig zu besuchen, somit ein bilinguales Abitur abzulegen und ein CertiLingua Label zu erwerben.

Unser Schulprogramm ist gekennzeichnet durch die drei folgenden zentralen Arbeitsschwerpunkte: die Ausrichtung auf Europa, das Erlernen von Methoden bzw. die Förderung der Selbstständigkeit sowie die individuelle Förderung und Sicherung von Lernerfolgen. Dabei greift das Fach Mathematik nach Möglichkeit in vielen Inhaltsbereichen aktuelle und für Schülerinnen und Schüler relevante Themen auf.

Durch das Lernen mit verschiedenen auch digitalen Medien in unterschiedlichen Sozialformen und unter Berücksichtigung individueller Lernwege werden altersgerecht Aufgeschlossenheit und Neugier geweckt und Schülerinnen und Schüler zu eigenständigem Handeln angeleitet.

Die Mathematik steht durch ihre Universalität in enger Verbindung zu einer Vielzahl anderer Disziplinen der Geistes- und Naturwissenschaften. Eine verstärkte Zusammenarbeit und Koordinierung der Fachbereiche ermöglicht komplexe Lerngegenstände umfassend darzustellen und Bezüge zwischen Inhalten der Fächer herzustellen, sodass ein wesentlicher Beitrag zur vertieften Allgemeinbildung geleistet werden kann. An Problemstellungen werden vorhandene Kenntnisse selbstständiger Lern- und Denkstrategien aufgegriffen und weiterentwickelt.

Gemäß dem Schulprogramm sollen insbesondere die Lernenden als Individuen mit jeweils besonderen Fähigkeiten, Stärken und Interessen im Mittelpunkt stehen. Die Fachgruppe vereinbart, der individuellen Kompetenzentwicklung (Referenzrahmen[1] Kriterium 2.2.1) und den herausfordernd und kognitiv aktivierenden Lehr- und Lernprozessen (Kriterium 2.2.2) besondere Aufmerksamkeit zu widmen. Die Planung und Gestaltung des Unterrichts soll sich deshalb an der Heterogenität der Schülerschaft orientieren (Kriterium 2.6.1).

So werden Schülerinnen und Schüler mit besonderer Begabung gezielt gefördert, z.B. durch

- die Bereitstellung von weiterführenden Zusatzaufgaben für schnelle Schülerinnen und Schüler (Klassen 5 und 6),
- die Teilnahme an SAMMS (Schülerakademie für Mathematik in Münster) (Klasse 6),
- die Teilnahme am „Forderkurs Mathematik“ (Klasse 7),
- die Teilnahme am Känguru-Wettbewerb (ab Klasse 5),
- die Teilnahme an der Mathe-Olympiade (ab Klasse 5),
- die Teilnahme am Europäischen Statistikwettbewerb (ab Klasse 7).

Fachliche Bezüge zu den Rahmenbedingungen des schulischen Umfelds

Von den Lehrkräften besitzen alle die Fakultas für die Sekundarstufe I sowie für die Sekundarstufe II.

Der Unterricht der Erprobungsstufe ist darauf abgestimmt, dass den Schülerinnen und Schülern der Wechsel an das Gymnasium gelingt.

Die Fachkonferenz tritt mindestens einmal pro Schuljahr zusammen, um notwendige Absprachen zu treffen. Zusätzlich treffen sich die Kolleginnen und Kollegen innerhalb jeder Jahrgangsstufe zu weiteren Absprachen.

Um die Lehrkräfte bei der Unterrichtsplanung zu unterstützen, werden eigene ausgearbeitete Unterrichtsreihen, Materialien und Lernspiele, die zu früheren Unterrichtsprojekten angefertigt

1 https://www.schulentwicklung.nrw.de/referenzrahmen/ (Datum des letzten Zugriffs: 10.1.2020)

und gesammelt worden sind, sowie Materialien von Schulbuchverlagen an bekannter zentraler Stelle bereitgestellt, zunehmend in digitaler Form. Diese werden im Rahmen der Unterrichtsentwicklung laufend ergänzt, überarbeitet und weiterentwickelt.

Fachliche Bezüge zu schulischen Standards zum Lehren und Lernen

Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, Schülerinnen und Schüler ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu geben, fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet.

In der Regel werden in der Einführungsphase sechs parallele Grundkurse eingerichtet, aus denen sich für die Q-Phase in der Regel zwei Leistungs- und vier Grundkurse entwickeln. Der Unterricht findet im 45-Minuten-Takt statt, die Kursblockung sieht grundsätzlich für Grundkurse eine, für Leistungskurse zwei Doppelstunden vor.

In die Einführungsphase der Sekundarstufe II wurden in den letzten Jahren regelmäßig Schülerinnen und Schüler neu aufgenommen und in Mathematik auf die parallelen Kurse gleichmäßig verteilt. Diese Schülerinnen und Schülern werden durch die Jahrgangsstufenbegleiter und ihre Tutoren, zusätzlich auch durch die Möglichkeit der Teilnahme am Vertiefungskurs Mathematik in der EF, unterstützt.

Schülerinnen und Schüler aller Klassen werden zur Teilnahme an mathematischen Wettbewerben motiviert (s.o.).

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden. Dazu werden ausgewählte Kontexte im Rahmen der Unterrichtsvorhaben in Kapitel 2.1 verbindlich innerhalb der Fachgruppe festgelegt. In der Sekundarstufe II wird verlässlich darauf aufgebaut, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist.

Weitere getroffene Absprachen innerhalb der Fachgruppe sind:

- Einsatz von digitalen Hilfsmitteln
  - Nutzung eines Tabellenkalkulationsprogramms (ab Klasse 6)
  - Einführung eines Taschenrechners ab Jahrgangsstufe 7
  - Nutzung eines dynamischen Geometrieprogramms (GeoGebra) (ab Klasse 5)
  - Einführung des GTR ab der Einführungsphase
- Einbindung des Mathematikunterrichts in das Konzept der Methodentage
- Arbeit mit Kompetenzchecklisten als Diagnoseinstrument
- Vorbereitung und Evaluation von Standardüberprüfungen (Vera 8, Sinustest, Zentrale Prüfung 10 und zentrale Klausur am Ende der EF)
- Aufgabenpool für fachfremd gegebene Vertretungsstunden

Da u.a. die Nutzung digitaler Hilfsmittel in der SI trainiert wird (s.o.), kann in der Sekundarstufe II davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind.

2 Entscheidungen zum Unterricht

2.1 Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können. Die Unterrichtsvorhaben sind laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich. Die nach den Unterrichtsvorhaben ausgewiesenen „vorhabenbezogenen Absprachen und Empfehlungen" dienen zur Orientierung der Lehrkräfte. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Schülerinteressen oder aktuelle Themen zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 75 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

2.1.1 Funktionen und Analysis (EF)

Grundlegende Eigenschaften von Potenzfunktionen

Zeitraum: ca. 20 Unterrichtsstunden

<table>
<tr><th>Kapitel I: Funktionen</th><th>Inhaltsbezogene Kompetenzen</th><th>Prozessbezogene Kompetenzen</th></tr>
<tr><td>1. Funktionen</td><td></td><td rowspan="7">Problemlösen
Lösen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen; Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen
Reflektieren die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen

Argumentieren
Vermuten Vermutungen aufstellen und beispielgebunden unterstützen
Begründen vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise erklären

Kommunizieren
Rezipieren Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren Beschreiben; mathematische Fachbegriffe in theoretischen Zusammenhängen erläutern
Produzieren eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben
Diskutieren zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet Stellung nehmen; ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität beurteilen; auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen Entscheidungen herbeiführen

Werkzeuge nutzen
Digitale Werkzeuge nutzen zum
- Erkunden und Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle)
- zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- Lösen von Gleichungen</td></tr>
<tr><td>2. Lineare und quadratische Funktionen</td><td>einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (quadratische Funktionen) anwenden und die zugehörigen Parameter deuten</td></tr>
<tr><td>3. Potenzfunktionen
4. Ganzrationale Funktionen</td><td>Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie von quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen beschreiben</td></tr>
<tr><td>5. Symmetrie und Funktionsgraphen</td><td>am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen innermathematischer Probleme verwenden</td></tr>
<tr><td>6. Nullstellen ganzrationaler Funktionen</td><td>Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare oder quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne Hilfsmittel lösen</td></tr>
<tr><td>7. Verschieben und Strecken von Graphen</td><td rowspan="2">einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Sinusfunktion) anwenden und die zugehörigen Parameter deuten</td></tr>
<tr><td>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen (Exkursion: Polynomdivision und Linearfaktorzerlegung)</td></tr>
</table>

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von z.B. Schulformwechslern wird durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen (z.B. Vertiefungskurs). Dabei sollen die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler genutzt werden.

Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen des GTR gerichtet werden. Begleitend zu innermathematischen Inhalten werden anwendungsbezogene Aufgaben behandelt.

Anknüpfend an die Erfahrungen aus der S I werden quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.

Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird es durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR geben.

Bezug zu individueller Förderung / Diagnose / Feedback:

- Ergebnisse des in der letzten Jahrgangsstufe der SI durchgeführten Sinus-Tests können von der neuen Mathelehrkraft zur individuellen Förderung genutzt werden.

2.1.2 Abhängigkeiten und Änderungen – Ableitung (EF)

Von der mittleren zur momentanen Änderungsrate / Grundverständnis des Ableitungsbegriffs Zeitraum:

ca. 16 Unterrichtsstunden

Kapitel II: Abhängigkeiten und Änderungen - Ableitung	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
1. Mittlere Änderungsrate – Differenzenquotient	mittlere Änderungsraten berechnen und im Kontext interpretieren	**Modellieren** *Mathematisieren* Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten *Reflektieren* die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen; die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung reflektieren **Problemlösen** *Erkunden* Muster und Beziehungen erkennen *Lösen* heuristische Strategien und Prinzipien nutzen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen *Reflektieren* die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen **Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen *Beurteilen* Ergebnisse, Begriffe und Regeln auf Verallgemeinerbarkeit überprüfen **Kommunizieren** *Rezipieren* Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren beschreiben *Produzieren* die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang verwenden; flexibel zwischen mathematischen
2. Momentane Änderungsrate	momentane Änderungsraten berechnen und im Kontext interpretieren, auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der mittleren zur momentanen Änderungsrate qualitativ erläutern, die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten deuten, die Ableitung an einer Stelle als momentane Änderungsrate / Tangentensteigung deuten	
3. Die Ableitung an einer bestimmten Stelle berechnen	die Ableitung an einer Stelle als momentane Änderungsrate / Tangentensteigung deuten	
4. Die Ableitungsfunktion	Änderungsraten funktional beschreiben und interpretieren (Ableitungsfunktion), Funktionen graphisch ableiten	
5. Ableitungsregeln 6. Tangente	die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten nutzen, die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen anwenden.	

Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen		Darstellungsformen wechseln *Diskutieren* zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet Stellung nehmen **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Erkunden, Berechnen und Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle) - zielgerichteten Variieren von Parametern - grafischen Messen von Steigungen - Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Als Kontext für den Übergang von der mittleren zur momentanen Änderungsrate kann die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt werden. Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden.
Zur geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der mittleren zur momentanen Änderungsrate bzw. der Sekante zur Tangente wird der GTR eingesetzt.
Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Zeitpunkt, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten, während eine Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.

Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangentengleichungen bestimmt werden.

Für ganzrationale Funktionen werden Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der viermöglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.

Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, sollen die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert werden, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z.B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.

2.1.3 Eigenschaften von Funktionen (EF)

Eingehende Untersuchung verschiedener Funktionstypen

Zeitraum: ca. 12 Unterrichtsstunden

Kapitel III: Eigenschaften von Funktionen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
1. Charakteristische Punkte eines Funktionsgraphen	Eigenschaften eines Funktionsgraphen beschreiben	**Modellieren** *Strukturieren* Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erfassen *Mathematisieren* Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen **Problemlösen** *Erkunden* Muster und Beziehungen erkennen *Lösen* ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen; Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen; einschränkende Bedingungen berücksichtigen *Reflektieren* Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung über- prüfen; die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen; verschiedene Lösungswege vergleichen **Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren *Begründen* mathematische Regeln und Sätze für Begründungen nutzen **Kommunizieren** *Rezipieren* Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren
2. Monotonie	Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie) mithilfe des Graphen der Ableitungsfunktion begründen	
3. Hoch- und Tiefpunkte	Eigenschaften von Funktionsgraphen (Extrempunkte) mithilfe des Graphen der Ableitungsfunktion begründen, lokale und globale Extrema im Definitionsbereich unterscheiden, das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten verwenden	
4. Mathematische Fachbegriffe in Sachzusammenhängen	Am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von außermathematischen Problemen verwenden	

Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen (Exkursion: Extremstellen mithilfe der zweiten Ableitung bestimmen)		beschreiben; mathematische Begriffe in Sachzusammenhängen erläutern *Produzieren* die Fachsprache und fachsprachliche Notation in angemessenem Umfang verwenden; Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Erkunden und zum Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Im Anschluss an Unterrichtsvorhaben II wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt.

Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schülerinnen und Schüler den GTR.
Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens.

Kontexte spielen auch in diesem Unterrichtsvorhaben eine Rolle. Quadratische Funktionen können stets als Weg-Zeit-Funktion bei Fall-, Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden.

Ganzrationale Funktionen vom Grad 3 werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werden. Bei der Klassifizierung der Formen können die Begriffe aus Unterrichtsvorhaben II eingesetzt werden. Zusätzlich werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.

Für ganzrationale Funktionen werden Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der viermöglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.

Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, sollen die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert werden, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z.B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.

2.1.4 Analytische Geometrie und Lineare Algebra / Vektoren im R^3 (EF)

Koordinatisierungen des Raumes / Vektoren und Vektoroperationen

Zeitraum: ca. 12 Unterrichtsstunden

Kapitel IV: Vektoren	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
1. Punkte im Raum	Geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhaltes in der Ebene und im Raum wählen; geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen	**Modellieren** *Mathematisieren* Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen **Problemlösen** *Erkunden* Muster und Beziehungen erkennen *Lösen* Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen; geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen **Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen, beispielgebunden unterstützen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren *Begründen* Zusammenhänge zwischen Ober- und Unterbegriffen herstellen; mathematische Regeln und Sätze für Begründungen nutzen sowie Argumente zu Argumentationsketten verknüpfen; verschiedene Argumentationsstrategien nutzen; *Beurteilen* lückenhafte und fehlerhafte Argumentationsketten erkennen und ergänzen bzw. korrigieren **Kommunizieren** *Rezipieren* mathematische Begriffe in Sachzusammenhängen erläutern *Produzieren* eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben; Fachsprache und fachsprachliche Notation verwenden
2. Vektoren	Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen deuten und Punkte im Raum durch Ortsvektoren kennzeichnen	
3. Rechnen mit Vektoren	Vektoren addieren, mit einem Skalar multiplizieren und Vektoren auf Kollinearität untersuchen	
4. Betrag eines Vektors – Länge einer Strecke	Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mithilfe des Satzes des Pythagoras berechnen; gerichtete Größen (Geschwindigkeit und Kraft) durch Vektoren darstellen	
5. Figuren und Körper untersuchen	Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nachweisen; geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhaltes in der Ebene und im Raum wählen; geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen	

Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen (Exkursion: Mit dem Auto in die Kurve – Vektoren in Aktion)	Gerichtete Größen (Geschwindigkeit und Beschleunigung) durch Vektoren darstellen	*Diskutieren* zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet Stellung nehmen **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Darstellen von Objekten im Raum - grafischen Darstellen von Ortsvektoren und Vektorsummen - Durchführen von Operationen mit Vektoren

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung).

An geeigneten Beispielen trainieren die Schülerinnen und Schüler das Zeichnen von Schrägbildern, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu schulen.
Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

2.1.5 Wahrscheinlichkeit (EF)

Mehrstufige Zufallsexperimente / Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Zeitraum: ca. 12 Unterrichtsstunden

Kapitel V: Wahrscheinlichkeit	**Inhaltsbezogene Kompetenzen**	**Prozessbezogene Kompetenzen**
1. Wahrscheinlichkeitsverteilung – Erwartungswert	Alltagssituationen als Zufallsexperimente deuten, Zufallsexperimente simulieren, Wahrscheinlichkeitsverteilungen aufstellen und Erwartungswertbetrachtungen durchführen	**Modellieren** *Strukturieren* zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erfassen und strukturieren; Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen *Mathematisieren* zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen; mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten; einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zuordnen *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen **Problemlösen** *Erkunden* Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen, die Situation analysieren und strukturieren *Lösen* ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen; Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen *Reflektieren* Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung und auf Plausibilität überprüfen; verschiedene Lösungswege Vergleichen **Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren *Begründen* mathematische Regeln und Sätze für Begründungen nutzen
2. Mehrstufige Zufallsexperimente, Pfadregel	Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen modellieren, mehrstufige Zufallsexperimente beschreiben und mithilfe der Pfadregeln Wahrscheinlichkeiten ermitteln	
3. Vierfeldertafel, bedingte Wahrscheinlichkeiten	Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen verwenden, Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln modellieren, bedingte Wahrscheinlichkeiten bestimmen, Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten bearbeiten	
4. Stochastische Unabhängigkeit	Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit prüfen, Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten bearbeiten	

Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen (Exkursion: Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Lernen aus Erfahrung – die Bayes`sche Regel)	Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten bearbeiten	**Kommunizieren** *Rezipieren* Informationen aus mathematikhaltigen Texten und Darstellungen erfassen, strukturieren und formalisieren **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Darstellen von Funktionen (grafisch und als Wertetabelle) - Generieren von Zufallszahlen - Ermitteln von Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert) - Erstellen von Histogrammen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zur Modellierung von Wirklichkeit werden Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) - geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator).

Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit / ohne Zurücklegen mit / ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren.

Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.

Digitale Werkzeuge können verwendet werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen.

Insgesamt ist eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden. Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollten Beispiele aus verschiedenen Bereichen betrachtet werden. Sowohl als Einstiegskontext als auch zur späteren Vertiefung bietet sich beispielsweise die Betrachtung medizinischer Diagnosetests an.

Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet.

Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.

2.1.6 Potenzen in Termen und Funktionen (EF)

Funktionen und Analysis / Grundlegende Eigenschaften von Exponentialfunktionen und Vergleich verschiedener Wachstumsprozesse

Zeitraum: ca. 12 Unterrichtsstunden

Kapitel VI: Potenzen in Termen und Funktionen	**Inhaltsbezogene Kompetenzen**	**Prozessbezogene Kompetenzen**
1. Potenzen mit rationalen Exponenten		**Modellieren** *Strukturieren* zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erfassen und strukturieren; Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen *Mathematisieren* zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen; mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten; einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zuordnen *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen; die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung reflektieren; aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern
2. Exponentialfunktionen	Einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Exponential- funktionen anwenden und die zugehörigen Parameter deuten	
3. Exponentialgleichungen und Logarithmus		
4. Lineare und exponentielle Wachstumsmodelle	Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen beschreiben; am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen verwenden	

Wiederholen –Vertiefen – Vernetzen (Exkursion: Logarithmusgesetze)		**Problemlösen** *Lösen* ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen; Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen *Reflektieren* Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung und auf Plausibilität überprüfen; verschiedene Lösungswege Vergleichen **Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren *Begründen* vorgegebene Argumentationen und Beweise erklären **Kommunizieren** *Diskutieren* zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen begründet Stellung nehmen **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Darstellen von Funktionen (grafisch und als Wertetabelle) - zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen - Lösen von Gleichungen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Im Sinne des Spiralcurriculums erfolgt ein Rückbezug auf Grundlagen der SI und den Beginn der EF im Rahmen dieser Unterrichtseinheit.
Der stetigen Visualisierung der Transformationen kommt eine entscheidende Bedeutung zu. Um die Selbstständigkeit der SuS zu fördern, sollen hier im Rahmen des entdeckenden Lernens möglichst viele Einflussfaktoren auf Funktionsgleichungen von den SuS selbst erkannt und als Regel formuliert werden.

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen für die gesamte EF

Die Kapitel I – III müssen immer am Anfang stehen, sie sind also Unterrichtsgegenstand im 1. Halbjahr.

Bei den Kapiteln IV – VI muss jährlich die Reihenfolge entschieden werden, je nach Themen der Zentralklausur.

Jede Klausur enthält einen hilfsmittelfreien Teil.
Im Sinne des Spiralcurriculums erfolgt ein Rückbezug auf Grundlagen der SI und den Beginn der EF im Rahmen dieser Unterrichtseinheit.

Bezug zum Europacurriculum des JKG:

- Kapitel VI.4: Lineare und exponentielle Wachstumsmodelle: u.a. Untersuchung von Bevölkerungsmodellen in europäischen Ländern
- Teilnahme am internationalen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

Bezug zu individueller Förderung / Diagnose / Feedback:

- Ergebnisse der zentralen Klausur können zur Diagnose und individuellen Förderung genutzt werden.

2.1.7 Funktionen und Analysis (Q)

Funktionen als mathematische Modelle – Fortführung der Differentialrechnung

Zeitraum: ca. 30 Unterrichtsstunden ★= nur LK

Kapitel I: Eigenschaften von Funktionen	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
1. Wiederholung: Ableitung		**Modellieren** *Strukturieren* Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen *Mathematisieren* zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mit Hilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen; die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen **Problemlösen** *Erkunden* Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen; einfache und komplexe mathematische Probleme analysieren und strukturieren; die Problemsituation erkennen und formulieren *Lösen* Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln; ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen; einschränkende Bedingungen berücksichtigen; einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen **Argumentieren** *Begründen* mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen nutzen; vermehrt logische Strukturen berücksichtigen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen - Darstellen von Funktionen (grafisch und als Wertetabelle) - Zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen - Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle
2. Die Bedeutung der zweiten Ableitung	das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung beschreiben	
3. Kriterien für Extremstellen 4. Kriterien für Wendestellen	notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten verwenden	
5. Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen	Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurückführen und diese lösen	
6. Ganzrationale Funktionen bestimmen	Parameter einer Funktion mit Hilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben, bestimmen („Steckbriefaufgaben“)	
7. Funktionen mit Parametern	Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang interpretieren	
8. Funktionenscharen untersuchen	Parameter von Funktionen im Kontext interpretieren ★ und ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen untersuchen	

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Zur Herleitung der Ableitungen bieten sich folgende Vorgehensweisen an: Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.

Um mit dem Aufstellen von Funktionsgleichungen (5. und 6.) Problemlösestrategien hinreichend zu fördern, sollen die Lernenden hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu (Ziel-)Funktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln.

Bei den Extremwertproblemen sollen die Schülerinnen und Schüler an mindestens einem Problem Notwendigkeit erkennen, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe “ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht.

Zur Aufstellung von ganzrationalen Funktionen im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten sollen von den Schülerinnen und Schülern aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt werden.

Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.

Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.

Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).

Bezug zu individueller Förderung / Diagnose / Feedback:

- Zur Förderung besonders leistungsstarker Schülerinnen und Schüler bietet es sich an, sie selbstständig über die Spline-Interpolation forschen und referieren zu lassen.

2.1.8 Funktionen und Analysis (Fortsetzung) (Q)

Grundverständnis des Integralbegriffs - Integralrechnung

Zeitraum: GK ca. 20 Unterrichtsstunden, LK ca. 30 Unterrichtsstunden ★= nur LK

Kapitel II: Schlüsselkonzept: Integral	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
1. Rekonstruieren einer Größe	Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe interpretieren; die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext deuten; zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion skizzieren	**Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen; Vermutungen beispielgebunden unterstützen; Vermutungen mit Hilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur präzisieren *Begründen* Zusammenhänge zwischen Begriffen herstellen (Ober- / Unterbegriff); vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise erklären **Kommunizieren** *Rezipieren* Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen erfassen, strukturieren und formalisieren; Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren beschreiben; mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen erläutern *Produzieren* eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben; begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen; flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen wechseln; Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren; Ausarbeitungen erstellen und präsentieren **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und x-Achse - Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals - Erkunden und Recherchieren sowie Berechnen und Darstellen
2. Das Integral	an geeigneten Bespielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs erläutern und vollziehen	
3. Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion erläutern □den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs begründen	
4. Bestimmung von Stammfunktionen	Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen; die Intervalladditivität und Linearität von Integralen nutzen	
5. Integral und Flächeninhalt	den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate (LK: oder der Randfunktion) ermitteln; Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten (LK: und uneigentlichen) Integralen ermitteln; Integrale mit Hilfe von (LK: ggf. aus Nachschlagewerken entnommenen) Stammfunktionen und	

	numerisch (auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge) bestimmen	
★6. Integralfunktionen	★den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion erläutern	
★7. Unbegrenzte Flächen – Uneigentliche Integrale	★Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen bestimmen	
★8. Integral und Rauminhalt	★Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die x-Achse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen bestimmen	

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zur Einführung des Integrals bieten sich folgende methodische Zugangsweisen an:
Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion J_a eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung).
Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.

Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs $J_a(x+h) – J_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren.

Bezug zu individueller Förderung / Diagnose / Feedback:

- Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Differenzierung: Formalisierung der Schreibweise bei der Summenbildung, exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwertbetrachtung, Vergleich der Genauigkeit unterschiedlicher Abschätzungen.

In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung.

Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden.

Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.)

Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an.

2.1.9 Funktionen und Analysis (Fortsetzung) (Q)

Funktionen als mathematische Modelle – Fortführung der Differentialrechnung

Zeitraum: GK ca. 15 Unterrichtsstunden, LK ca. 26 Unterrichtsstunden ★= nur LK

<table>
<tr><th>Kapitel III: Exponentialfunktion</th><th>Inhaltsbezogene Kompetenzen</th><th>Prozessbezogene Kompetenzen</th></tr>
<tr><td>1. Wiederholung</td><td>Eigenschaften von Exponentialfunktionen beschreiben</td><td rowspan="6">Modellieren
Strukturieren Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen
Validieren die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen; die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen; aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern; die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen reflektieren

Problemlösen
Erkunden Muster und Beziehungen erkennen; Informationen recherchieren
Lösen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen; Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen; geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen; einschränkende Bedingungen berücksichtigen

Argumentieren
Vermuten Vermutungen aufstellen und mit Hilfe von Fachbegriffen präzisieren
Begründen math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen
Beurteilen überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können; Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit beurteilen
Werkzeuge nutzen
Digitale Werkzeuge nutzen zum
- Erkunden
- Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle)
- Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle
Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen</td></tr>
<tr><td>2. Die natürliche Exponentialfunktion und ihre Ableitung</td><td>die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion bilden; die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion beschreiben
★und begründen</td></tr>
<tr><td>3. Natürlicher Logarithmus – Ableitung von Exponentialfunktionen</td><td>die Ableitung von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis bilden; in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen und deren Ableitung bilden</td></tr>
<tr><td>4. Exponentialfunktionen und exponentielles Wachstum</td><td>Wachstums- und Zerfallsvorgänge mit Hilfe funktionaler Ansätze untersuchen</td></tr>
<tr><td>★5. Beschränktes Wachstum</td><td>★Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen verwenden und die Qualität der Modellierung exemplarisch mit begrenztem Wachstum vergleichen</td></tr>
<tr><td>★6. Logarithmusfunktion und Umkehrfunktion</td><td>★die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion nutzen
★die Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion bilden</td></tr>
</table>

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).
Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.

Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung. eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.

Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.

Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht.

Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.

Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen.

Bezug zum Europacurriculum des JKG:

- u.a. Untersuchung von Bevölkerungsmodellen in europäischen Ländern

2.1.10 Funktionen und Analysis (Fortsetzung) (Q)

Funktionen als mathematische Modelle – Fortführung der Differentialrechnung

Zeitraum: GK ca. 16 Unterrichtsstunden, LK ca. 33 Unterrichtsstunden ★= nur LK

Kapitel IV: Zusammengesetzte Funktionen	**Inhaltsbezogene Kompetenzen**	**Prozessbezogene Kompetenzen**
1. Neue Funktionen aus alten Funktionen: Summe, Produkt, Verkettung	in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen bilden (Summe, Produkt, Verkettung)	**Problemlösen** *Lösen* heuristische Strategien und Prinzipien nutzen; Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen; geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen **Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen, beispielgebunden unterstützen und mit Hilfe von Fachbegriffen präzisieren *Begründen* math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen sowie Argumente zu Argumentationsketten verknüpfen; verschiedene Argumentationsstrategien nutzen *Beurteilen* lückenhafte Argumentationsketten erkennen und vervollständigen; fehlerhafte Argumentationsketten erkennen und korrigieren **Kommunizieren** *Produzieren* eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben; Fachsprache und fachspezifische Notation verwenden **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen - Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen
2. Produktregel	die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen anwenden ★die Produktregel zum Ableiten von weiteren Verknüpfungen von Funktionen anwenden	
3. Kettenregel	die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen anwenden; die Ableitungen von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten bilden ★die Ableitungen von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten bilden ★die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen anwenden	
4. Zusammengesetzte Funktionen untersuchen	notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten verwenden ★den Einfluss von Parametern auf Eigenschaften von Funktionenscharen untersuchen	
5. Zusammengesetzte Funktionen im Sachzusammenhang	Parameter von Funktionen im Kontext interpretieren	

★6. Untersuchung von zusammengesetzten Exponentialfunktionen	★Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurückführen	
★7. Untersuchung von zusammen- gesetzten Logarithmusfunktionen	★Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurückführen ★die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ nutzen	

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

In diesem Unterrichtsvorhaben sollen die Schülerinnen und Schüler die Produkt- und Kettenregel in Kontexten, z.B. geometrisch und ökonomisch, anwenden (idealerweise auch in diesen herleiten).

2.1.11 Analytische Geometrie und Lineare Algebra (Q)

Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte - Skalarprodukt

Zeitraum: ca. 20 Unterrichtsstunden ★= nur LK

Kapitel V: Geraden[1]	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
1. Wiederholung: Punkte im Raum, Vektoren, Rechnen mit Vektoren		**Modellieren** *Strukturieren* zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erfassen und strukturieren; Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen *Mathematisieren* zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen; mit Hilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen; die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen; aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern **Werkzeuge nutzen** Geodreieck, geometrische Modelle und dynamische Geometrie-Software nutzen zum - graphischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden - Darstellen von Objekten im Raum
2. Geraden	Geraden in Parameterform darstellen; den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext interpretieren; Strecken in Parameterform darstellen	
3. Gegenseitige Lage von Geraden	die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren; Lagebeziehungen zwischen Geraden untersuchen; Schnittpunkte von Geraden berechnen und sie im Sachkontext deuten	
4. Zueinander orthogonale Vektoren – Skalarprodukt	das Skalarprodukt geometrisch deuten und es berechnen	
5. Winkel zwischen Vektoren - Skalarprodukt	mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)	

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.

Bezug zu individueller Förderung / Diagnose / Feedback:

- Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit mittels einer Funktion zu variieren, z. B. zur Beschreibung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung.

In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.

Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.

Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt.

Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.

Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt.

Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken werden auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an.

[1] Kapitel V kann auch vorgezogen werden, es verwendet keine Kompetenzen, die in den Kapiteln I bis IV erworben werden.

2.1.12 Analytische Geometrie und Lineare Algebra (Fortsetzung) (Q)

Lineare Gleichungssysteme – Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte - Lagebeziehungen

Zeitraum: ca. 18 Unterrichtsstunden ★= nur LK

<table>
<tr><th>Kapitel VI: Ebenen</th><th>Inhaltsbezogene Kompetenzen</th><th>Prozessbezogene Kompetenzen</th></tr>
<tr><td>1. Das Gauß-Verfahren</td><td>lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise darstellen; den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme beschreiben; den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind, anwenden</td><td rowspan="5">Problemlösen
Erkunden heuristische Hilfsmittel auswählen (z.B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren), um die Situation zu erfassen
Lösen Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln; Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen; heuristische Strategien und Prinzipien (z.B. Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten) nutzen; einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen
Reflektieren verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen; Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz beurteilen und optimieren; Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren

Kommunizieren
Produzieren die Fachsprache und fachspezifische Notation verwenden; begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen; Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren; Ausarbeitungen erstellen und präsentieren
Diskutieren ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität vergleichen und beurteilen

Werkzeuge nutzen
Digitale Werkzeuge nutzen zum
- Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
- Darstellen von Objekten im Raum</td></tr>
<tr><td>2. Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme</td><td>die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren</td></tr>
<tr><td>3. Ebenen im Raum – Parameterform</td><td>Ebenen in Parameterform darstellen</td></tr>
<tr><td>4. Lagebeziehungen</td><td>Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen untersuchen; Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen und sie im Sachkontext deuten</td></tr>
<tr><td>5. Geometrische Objekte und Situationen im Raum</td><td>Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen und sie im Sachkontext deuten;
★geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform darstellen</td></tr>
</table>

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometriesoftware verwendet. Ein Einstiegskontext könnte eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten sein. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden.

2.1.13 ★Analytische Geometrie und Lineare Algebra (Fortsetzung) (Q)

Lineare Gleichungssysteme – Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte – Lagebeziehungen und Abstände

Zeitraum: LK ca. 25 Unterrichtsstunden ★= nur LK

★Kapitel VII: Abstände und Winkel	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
★1. Normalengleichung und Koordinatengleichung	Ebenen in Koordinatenform darstellen; Ebenen in Normalenform darstellen und diese zur Orientierung im Raum nutzen	**Problemlösen** *Erkunden* heuristische Hilfsmittel auswählen (z.B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren), um die Situation zu erfassen *Lösen* Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln; Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen; heuristische Strategien und Prinzipien (z.B. Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten) nutzen; einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen *Reflektieren* verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen; Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz beurteilen und optimieren; Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren **Kommunizieren** *Produzieren* die Fachsprache und fachspezifische Notation verwenden; begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen; Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren; Ausarbeitungen erstellen und präsentieren *Diskutieren* ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität vergleichen und beurteilen **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen - Darstellen von Objekten im Raum
★2. Lagebeziehungen	Ebenen in Normalenform darstellen und diese zur Orientierung im Raum nutzen	
★3. Abstand zu einer Ebene	Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen	
★4. Abstand eines Punktes von einer Geraden	Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen	
★5. Abstand windschiefer Geraden	Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen	
★6. Schnittwinkel	mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)	

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems bestimmt.
In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.

2.1.14 Stochastik (Q)

Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Binomialverteilung – Testen von Hypothesen

Zeitraum: GK ca. 22 Unterrichtsstunden, LK ca. 24 Unterrichtsstunden ★= nur LK

<table>
<tr><th>Kapitel VIII: Wahrscheinlichkeit - Statistik</th><th>Inhaltsbezogene Kompetenzen</th><th>Prozessbezogene Kompetenzen</th></tr>
<tr><td>1. Daten darstellen und durch Kenngrößen beschreiben</td><td>Lage und Streumaße von Stichproben untersuchen</td><td rowspan="3">Modellieren
Strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen und strukturieren; Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen
Mathematisieren zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen; mit Hilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten
Validieren die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen; die Angemessenheit aufgestellter […] Modelle für die Fragestellung beurteilen; die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen reflektieren

Problemlösen
Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen
die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen; Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung interpretieren; Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren

Kommunizieren
zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung nehmen; Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen

Werkzeuge nutzen
Digitale Werkzeuge nutzen zum
Generieren von Zufallszahlen
Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten
Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</td></tr>
<tr><td>2. Erwartungswert und Standardabweichung von Zufallsgrößen</td><td>den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen erläutern; den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen bestimmen und damit prognostische Aussagen treffen</td></tr>
<tr><td>3. Bernoulli-Experimente, Binomialverteilung</td><td>Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente verwenden; die Binomialverteilung erklären und damit Wahrscheinlichkeiten berechnen;
★ die kombinatorische Bedeutung der Binomialkoeffizienten erklären</td></tr>
</table>

4. Praxis der Binomialverteilung	den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung beschreiben ★ die Sigma-Regeln für prognostische Aussagen nutzen	Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen
5. Problemlösen mit der Binomialverteilung	Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen nutzen; anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit schließen	
	★ Freiwillige Teilnahme am „Tag der Statistik“ der Universität Dortmund	

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.
Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.

Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.
Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.

Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).

Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.
Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden.

2.1.15 ★Stochastik (Fortsetzung) (Q)

Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Binomialverteilung – Testen von Hypothesen

Zeitraum: LK ca. 16 Unterrichtsstunden ★= nur LK

★Kapitel VIII: Wahrscheinlichkeit – Statistik (Fortsetzung)	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
★1. Zweiseitiger Signifikanztest	Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse interpretieren	**Modellieren** *Strukturieren* zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen und strukturieren *Mathematisieren* zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mit Hilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten **Problemlösen** *Erkunden* Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und Stellen *Reflektieren* die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen, Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung interpretieren, verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen, Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren, Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung variieren **Argumentieren** *Beurteilen* lückenhafte Argumentationskettenerkennen und vervollständigen, fehlerhafte Argumentationsketten erkennen und korrigieren; überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit beurteilen **Kommunizieren** *Diskutieren* zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung nehmen, Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen
★2. Einseitiger Signifikanztest	Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse interpretieren	
★3. Fehler beim Testen von Hypothesen	Fehler 1. und 2. Art beschreiben und beurteilen	
★4. Signifikanz und Relevanz		

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten.
Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden, sie wird abschließend in einem ‚Testturm' visualisiert.

Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:

- Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage?
- Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie?

Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.

2.1.16 ★Stochastik (Fortsetzung) (Q)

Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Normalverteilung – Testen von Hypothesen

Zeitraum: ca. 15 Unterrichtsstunden ★= nur LK

★Kapitel IX: Stetige Zufallsgrößen – Normalverteilung	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
★1. Stetige Zufallsgrößen: Integrale besuchen die Stochastik	diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden und die Verteilungsfunktion als Integralfunktion deuten	**Modellieren** *Strukturieren* zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen und strukturieren *Mathematisieren* zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen; mit Hilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten **Problemlösen** *Erkunden* Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen *Reflektieren* die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen; Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung interpretieren; Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren **Kommunizieren** *Diskutieren* zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung nehmen; Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen
★2. Die Analysis der Gaußschen Glockenfunktion	den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung beschreiben und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gauß`sche Glockenkurve)	
★3. Normalverteilung, Satz von de Moivre-Laplace	stochastische Situationen untersuchen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen	

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend beschließt die Fachkonferenz den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen.
Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier… Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird.

Bezug zu individueller Förderung / Diagnose / Feedback:

- *Ergänzung für leistungsfähige Kurse:* Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit.

Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.

Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann. Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR.

Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

2.1.17 Stochastik (Fortsetzung) (Q)

Stochastische Prozesse

Zeitraum: GK ca. 12 Unterrichtsstunden, LK ca. 14 Unterrichtsstunden ★= nur LK

Kapitel X: Stochastische Prozesse	Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
1. Stochastische Prozesse	stochastische Prozesse mit Hilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen beschreiben	**Modellieren** *Strukturieren* Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen *Mathematisieren* einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zuordnen **Problemlösen** *Erkunden* eine gegebene Problemsituation analysieren und strukturieren; heuristische Hilfsmittel auswählen, um die Situation zu erfassen; Muster und Beziehungen erkennen **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen

Vorhabenbezogene Absprachen

Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.
Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Bezug zu individueller Förderung / Diagnose / Feedback:

- Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

Vorhabenbezogene Absprachen für die gesamte Q-Phase

Jede Klausur enthält einen hilfsmittelfreien Teil.

Bezug zum Europacurriculum des JKG:

Kapitel III: Lineare und exponentielle Wachstumsmodelle: u.a. Untersuchung von Bevölkerungsmodellen in europäischen Ländern

Teilnahme an europäischen Mathematikwettbewerben (z.B. dem Europäischen Statistikwettbewerb) und dem internationalen Wettbewerb „Känguru der Mathematik“

Bezug zu individueller Förderung / Diagnose / Feedback und zum Methodenlernen am JKG:

Zur Abiturvorbereitung können Concept Maps zu den unterschiedlichen Gebieten der Q erstellt werden.

2.2 Grundsätze der fachdidaktischen und fachmethodischen Arbeit

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 26 sind fachspezifisch angelegt.

2.2.1 Überfachliche Grundsätze:

1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
2) Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
3) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
4) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
5) Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
6) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
7) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
8) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
9) Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
10) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
11) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
12) Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
13) Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
14) Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
15) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.

2.2.2 Fachliche Grundsätze:

16) Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
17) Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
18) Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
19) Die Einstiege in neue Themen erfolgen in der Regel mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
20) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten".
21) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.
22) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
23) Digitale Hilfsmittel (z.B. Tabellenkalkulation, Darstellung von Graphen) werden regelmäßig z.B. unter Verwendung des GTR dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 13 APO-GOSt sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik hat die Fachkonferenz im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

2.3.1 Verbindliche Absprachen:

- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.
- Alle Klausuren in der Sekundarstufe II enthalten einen „hilfsmittelfreien" Teil.
- Alle Klausuren enthalten jahrgangsstufenangemessen auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese sind mit den Schülerinnen und Schülern zu besprechen.
- Schülerinnen und Schülern wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes …) selbstständig vorzutragen.

2.3.2 Verbindliche Instrumente:

Überprüfung der schriftlichen Leistung:

- **Einführungsphase:** Zwei Klausuren je Halbjahr, davon eine (in der Regel die vierte Klausur in der Einführungsphase) als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur. Dauer der Klausuren: 2 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (1) und VV 14.1.).
- **Grundkurse Q-Phase Q 1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 2–Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.12)
- **Grundkurse Q-**Phase Q 2.1: Zwei Klausuren. Dauer der Klausuren 3 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.12)
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen für Schülerinnen und Schüler, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben. Dauer der Klausur: 225 Minuten. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 3 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.12.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.1**: Zwei Klausuren. Dauer der Klausuren 5 Unterrichtsstunden (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.12.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen. Dauer der Klausur 270 Minuten. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Facharbeit:** Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz wird die zweite Klausur Q1 für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, durch diese ersetzt. (Vgl. APO-GOSt B § 14 (3) und VV 14.3.) Für diese Facharbeit gilt das folgende Bewertungsschema:

Bewertungsbogen – Facharbeit Mathematik (Stand: Jan. 2016)

Formalia (15 Punkte)	**erreichte Punkte**
Deckblatt mit Angabe von Schule, Kurs, Thema, Verfasser/in, Datum	
Schriftart und –größe, Seitenränder und Zeilenabstand entsprechend den gesonderten Vorgaben	
Inhaltsverzeichnis (Gliederung) mit Seitenzahlen	
Reihenfolge: Einleitung / Vorwort, Hauptteil, Schussfolgerungen, Literaturverzeichnis, Anhang	
Korrekte Zitierweise für wörtliche und inhaltliche Zitate aus selbstständig und nicht selbstständig erschienenen Quellen	
Fußnoten richtig durchnummeriert am Ende jeder Seite erfasst	
Abbildungen nummeriert und beschriftet	
Inhalt (80 Punkte)	**erreichte Punkte**
Alle Aspekte des Themas in logisch stimmiger Gliederung erfasst	
Breite des Themas (ggf. begründete Beschränkung; ausgewählte wesentliche Aspekte)	
Gewählte Schwerpunkte deutlich herausgearbeitet	
Inhalte umfassend, in ihrer gesamten Tiefe bearbeitet	
Details genau erklärt, Fachsprache verwendet	
Eigene Schlussfolgerungen sind in sich logisch und aus eigenen Ausführungen abgeleitet	

Zitate und Abbildungen sind sinnvoll ausgewählt, inhaltlich korrekt und nachvollziehbar	
Sach- und fachgerechte Verwendung von Medien und Hilfsmitteln, z.B. Literatur, CAD, Modellen, Sonstigem	
Schlussteil bringt die wichtigsten Ergebnisse auf den Punkt	
Sprache (5 Punkte)	**erreichte Punkte**
Rechtschreibung, Grammatik, Zeichensetzung korrekt	
Kurze, klare Sätze, keine Schachtelsätze, wenig Substantivierungen	
Punkte gesamt: ____________ **Punkte von maximal 100 Punkten** **Note:**	

Überprüfung der sonstigen Leistung

In die Bewertung der sonstigen Mitarbeit fließen folgende Aspekte ein, die den Schülerinnen und Schülern bekanntgegeben werden müssen:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)
- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge und Argumentationen von Mitschülerinnen und -schülern, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Selbstständigkeit im Umgang mit der Arbeit
- Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben, Unterrichtsaufgaben…)
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen
- Darstellungsleistung bei Referaten oder Plakaten und beim Vortrag von Lösungswegen
- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen binnen-differenzierender Maßnahmen, Erstellung von Computerprogrammen

2.3.3 Konkretisierte Kriterien:

Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung

Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten.

Dabei sind alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet.

Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen orientiert sich in der Einführungsphase an der zentralen Klausur und in der Qualifikationsphase am Zuordnungsschema des Zentralabiturs. Die Note ausreichend soll bei Erreichen von ca. 45% der Hilfspunkte erteilt werden. Von den genannten Zuordnungsschemata kann im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn sich z. B. besonders originelle Teillösungen nicht durch Hilfspunkte gemäß den Kriterien des Erwartungshorizontes abbilden lassen oder eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung (APO- GOSt §13 (2)) angemessen erscheint.

Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen

Im Fach Mathematik ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Daher erfolgt die Bewertung der sonstigen Mitarbeit nicht defizitorientiert oder ausschließlich auf fachlich richtige Beiträge ausgerichtet. Vielmehr bezieht sie Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung ein.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung der Schülerin bzw. des Schülers zu berücksichtigen, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht:

Leistungsaspekt	Anforderungen für eine gute Leistung	Anforderungen für eine ausreichende Leistung
	Die Schülerin, der Schüler	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen
Kontinuität/Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialen eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht

Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden
Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben
Präsentation/Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf

2.4 Lehr- und Lernmittel

In der Jahrgangsstufe 10 hat die Fachkonferenz die Nutzung des Lehrwerkes *Lambacher Schweizer: Mathematik Einführungsphase,* für die 11 und 12 *Lambacher Schweizer: Mathematik Qualifikationsphase Leistungskurs / Grundkurs* des Klett-Verlages beschlossen. Als graphikfähiger Taschenrechner wird folgendes Modell benutzt: CASIO FX-CG50.

3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Die Fachkonferenz Mathematik hat sich im Rahmen des Schulprogramms und in Absprache mit den betreffenden Fachkonferenzen auf folgende, zentrale Schwerpunkte geeinigt.

3.1. Zusammenarbeit mit anderen Fächern

Im Bereich der mathematischen Modellierung von Sachverhalten werden die naturwissenschaftlichen Modelle als Grundlage für sinnvolle Modellannahmen verdeutlicht. Beispielsweise im Bereich „Wachstum und Zerfall“ (EF: Kapitel VI, Q1: Kapitel III) werden die zugrundeliegenden physikalischen bzw. biologischen Modelle als Argumentationsgrundlage verwendet und durch mathematikhaltige Argumentationen verifiziert. Weitere Anwendungsbezüge finden sich im Kontext der Änderungsraten und Geschwindigkeitsuntersuchungen (EF: Kapitel II, Q1: Kapitel I und II).

3.2. Vorbereitung auf die Erstellung der Facharbeit

Spätestens im ersten Halbjahr der Qualifikationsphase werden im Unterricht an geeigneten Stellen Hinweise zur Erstellung von Facharbeiten gegeben. Das betrifft u.a. Themenvorschläge, Hinweise zu den Anforderungen und zur Bewertung.

3.3. Diagnose- und Förderelemente im Oberstufenunterricht Mathematik am JKG

Zur individuellen Förderung der SuS werden – neben den unten genannten Elementen – im Unterricht regelmäßig Feedbackverfahren (u.a. Daumenabfrage, Auswertung von Unterrichtseinheiten durch SuS) und Selbsteinschätzungsbögen eingesetzt.

Jahrgangsstufe	Diagnoseelemente	Förderelemente	Forderelemente
EF			
	Auswertung des zum Ende der Sekundarstufe I geschriebenen Sinus-Tests: Ergebnisse werden den Fachlehrkräften der EF zur Verfügung gestellt	Ergebnisse des Sinus-Tests werden zur individuellen Förderung der SuS den Fachlehrkräften der EF zur Verfügung gestellt; Ziel: individuelle Förderung und Sicherstellung des Kontinuums SI und SII	Ergebnisse des Sinus-Tests werden zur individuellen Förderung der SuS den Fachlehrkräften der EF zur Verfügung gestellt; Ziel: individuelle Förderung und Sicherstellung des Kontinuums SI und SII
	Zentrale Klausur am Ende der EF	Vertiefungsunterricht	Wettbewerbe: Känguru-

			Wettbewerb und Mathematik-Olympiade
Q1			
			Wettbewerbe: Känguru-Wettbewerb, Mathematik-Olympiade und dem Europäischen Statistikwettbewerb
Q2			
			Wettbewerbe: Känguru-Wettbewerb, Mathematik-Olympiade und dem Europäischen
	Bezug zum Methodencurriculum des JKG: Möglichkeit der Erstellung von Concept Maps / Mindmaps zur Wiederholung der verschiedenen Themen zur Vorbereitung auf das Abitur		

4 Qualitätssicherung und Evaluation

Das schulinterne Curriculum stellt keine starre Größe dar, sondern ist als „dynamisches Dokument“ zu betrachten. Dementsprechend sind die Inhalte stetig zu überprüfen, um ggf. Modifikationen vornehmen zu können. Die Fachkonferenz trägt durch diesen Prozess zur Qualitätsentwicklung und damit zur Qualitätssicherung des Faches bei.

Die Fachschaft Mathematik versteht sich als eine professionale Lerngemeinschaft (PLG) mit dem Ziel, den Unterricht an unserem Gymnasium zu verbessern und weiterzuentwickeln.[2]

Maßnahmen der fachlichen Qualitätssicherung:

Ein hohes Maß an Qualität wird durch eine zunehmende Parallelisierung des Unterrichts und einer aufbauenden Feedbackkultur gesichert. Dazu dienen beispielsweise auch der regelmäßige Austausch über durchgeführte Unterrichtsvorhaben über IServ sowie die gemeinsame Konzeption von Unterrichtsmaterialien, welche hierdurch mehrfach erprobt und bezüglich ihrer Wirksamkeit beurteilt werden.

Dabei prüft das Fachkollegium kontinuierlich, inwieweit die im schulinternen Lehrplan vereinbarten Maßnahmen zum Erreichen der im Kernlehrplan vorgegebenen Ziele geeignet sind.

Freiwillige kollegiale Hospitationen im Unterricht können zudem Anlass geben, den eigenen Unterricht mit anderen Augen zu betrachten. Aus den Dienstbesprechungen wird einmal pro Halbjahr in der Fachkonferenz berichtet.

Alle Fachkollegen (ggf. auch die gesamte Fachschaft) nehmen regelmäßig an Fortbildungen teil, um fachliches Wissen zu aktualisieren und pädagogische sowie didaktische Handlungsalternativen zu entwickeln. Zudem werden die Erkenntnisse und Materialien aus fachdidaktischen Fortbildungen und Implementationen zeitnah in der Fachgruppe vorgestellt und für alle zentral digital zur Verfügung gestellt.

Darüber hinaus werden die Ergebnisse der Lernstanderhebungen in Klasse 8 (VERA 8) in der Fachkonferenz vorgestellt und von den parallel unterrichtenden Lehrkräften zur Überprüfung und Weiterentwicklung des Unterrichts aufbauend von der Jahrgangsstufe 5 genutzt. Weitergehende an der Schnittstelle zwischen Sekundarstufe I und II werden in Absprache mit den Kolleginnen und Kollegen eines Jahrgangs eingesetzt. Dazu wird auf die Materialien aus dem Projekt SINUS.NRW[3] zurückgegriffen.

Für Vorbereitung auf die Zentralen Prüfungen 10 (ZP10), auf die zentrale Klausur in der EF sowie auf das Zentralabitur wird auf die frei zugänglichen Prüfungsaufgaben der letzten Jahre[4] zurückgegriffen. Den Schülerinnen und Schülern wird der Zugang zu diesen Seiten ebenfalls ermöglicht. Viele Anregungen zur Gestaltung des Unterrichts sind in den jährlich erscheinenden Fachdidaktischen Rückmeldungen[5] zu den Prüfungen enthalten. Diese werden

[2] https://pikas.dzlm.de/material-allgemeine-schulentwicklung/kooperation-professionellen-lerngemeinschaften (Datum des letzten Zugriffs: 13.1.2020)
[3] www.sinus.nrw.de (Datum des letzten Zugriffs: 13.1.2020)
[4] https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de
[5] https://www.schulentwicklung.nrw.de/s/faecher/mathematik/-fachdidaktische-rueckmeldungen.html (Datum des letzten Zugriffs: 13.1.2020)

im Rahmen der Fachgruppe Mathematik vorgestellt und als Anlass zu weiteren Unterrichtsentwicklung genommen.

Feedback von Schülerinnen und Schülern wird als wichtige Informationsquelle zur Qualitätsentwicklung des Unterrichts angesehen. Sie sollen deshalb Gelegenheit bekommen, die Qualität des Unterrichts zu evaluieren. Dafür kann das Online-Angebot SEFU (Schüler als Experten für Unterricht) genutzt werden[6].

Überarbeitungs- und Planungsprozess:

In der Fachkonferenz werden Möglichkeiten der Weiterentwicklung der Zielsetzungen und Methoden des Unterrichts angeregt, diskutiert und Veränderungen im schulinternen Curriculum abgestimmt. Eine Evaluation erfolgt jährlich. Insbesondere verständigen sie sich über alternative Materialien, Kontexte und die Zeitkontingente der einzelnen Unterrichtsvorhaben.

Die Ergebnisse dienen der/dem Fachvorsitzenden zur Rückmeldung an die Schulleitung und u.a. an die/den Fortbildungsbeauftragte/n, außerdem sollen wesentliche Tagesordnungspunkte und Beschlussvorlagen der Fachkonferenz daraus abgeleitet werden. Von der Fachgruppe Mathematik erkannte Fortbildungsnotwendigkeiten werden der Fortbildungskoordination benannt und entsprechende schulinterne Fortbildungen beantragt.

Weitergehende, insbesondere fachliche, fachdidaktische oder methodische Fortbildungen werden bedarfsgerecht von den Lehrkräften wahrgenommen. Die Inhalte der Fortbildung werden der Fachgruppe vorgestellt und gemeinsam zur Unterrichtsentwicklung genutzt.

„Hinweise zur Arbeit in den Fachkonferenzen“ zur Evaluation

Im Allgemeinen orientiert sich die Fachschaft an dem für unsere Schule gültigen Dokument „Hinweise zur Arbeit in den Fachkonferenzen", die eine jährliche Evaluation der Curricula und deren Weiterentwicklung beinhaltet.

[6] www.sefu-online.de (Datum des letzten Zugriffs: 14.1.2020)